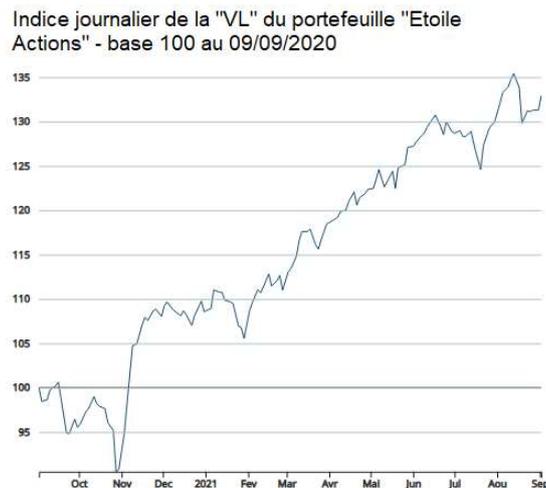


APPLI-COURS – CORRIGE : presque toute la CROISSANCE et prévision logarithmique (algébrique et graphique):

Crédit du Nord

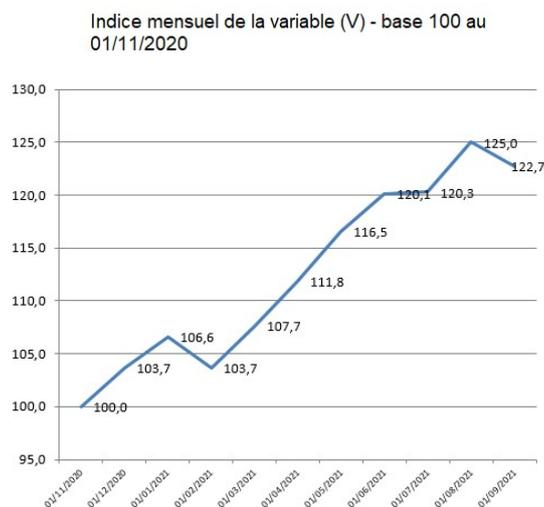
Le graphique ci-dessous, publié par la banque « Crédit du Nord » présente l'évolution de l'indice du cours (ou valeur de liquidation) du portefeuille d'actions dénommé « *Etoile actions* », en base 100 au 03/09/2020. Les données sont quasi journalières, jusqu'au 09/09/2021. Elles sont celle de l'indice de la variable que nous dénommons (V) pour « valeur de liquidation ».

Graphique 1



Pour réduire ces données on a retenu les variations *mensuelles* à partir du 01/11/2020 jusqu'au 01/09/2021. Le graphique simplifié est alors celui-ci-dessous :

Graphique 2



Travail demandé

- 1) Comment qualifie t'on une telle série ?
La série est dite *chronologique*, ici avec *périodicité mensuelle*.
- 2) Reconstituer le tableau de distribution de la variable (V) pour y reporter les indices constatés dans le graphique 2.

Le tableau de distribution, tel qu'il est permis par le graphique 2 se présente comme suit, en y reportant la date (t) et la valeur de l'indice :

jj/mm/aa (t)	Indice $I(v)_{t/1Nov20}$			
01/11/2020	100,0			
01/12/2020	103,7			
01/01/2021	106,6			
01/02/2021	103,7			
01/03/2021	107,7			
01/04/2021	111,8			
01/05/2021	116,5			
01/06/2021	120,1			
01/07/2021	120,3			
01/08/2021	125,0			
01/09/2021	122,7			

- 3) En dessous du tableau écrire symboliquement la valeur de l'indice de (V) au 01/04/2021 par exemple. Vous choisirez une écrire symbolique simple à écrire. Puis Interpréter cette valeur.

On lit dans le tableau : $I(V)_{(01/04/21)/(01/11/20)} = 111,8$

On constate la lourdeur de cette écriture. Aussi décide t'on de l'alléger. Les possibilités sont diverses, mais on peut opter pour la suivante en numérotant les observations :

Observation N° (t)	jj/mm/aa (t)	Indice $I(v)_{t/1Nov20}$			
1	01/11/2020	100,0			
2	01/12/2020	103,7			
3	01/01/2021	106,6			
4	01/02/2021	103,7			
5	01/03/2021	107,7			
6	01/04/2021	111,8			
7	01/05/2021	116,5			
8	01/06/2021	120,1			
9	01/07/2021	120,3			
10	01/08/2021	125,0			
11	01/09/2021	122,7			

Donc $I(V)_{(01/04/21)/(01/11/20)} = 111,8$ peut s'écrire $I(V)_{6/1} = 111,8$

On notera qu'il est sans importance de choisir de commencer par « 1 » ou « zéro ».

Pourquoi ?

Réponse : la durée écoulée entre deux dates quelconques est $n = \text{date d'arrivée} - \text{date de départ}$. Si on applique ce calcul aux trois écritures symboliques :

$I(V)_{(01/04/21)/(01/11/20)} \rightarrow$ entre le 01 Nov 20 et le 01 janvier 21 s'écoulent $n = 5$ mois

$I(V)_{6/1} \rightarrow n = 6 - 1 = 5$ mois

Ou si on a choisi « zéro » comme date de départ :

$I(V)_{5/0} = n = 5 - 0 = 5$ mois

On constate ainsi l'intérêt de simplifier l'écriture de la date pour éviter lors des calculs d'avoir un calendrier sous les yeux !

Interprétation de $I(V)_{(01/04/21)/(01/11/20)} = 111,8 \rightarrow$ La valeur de liquidation de l'action (V) a cru de $(111,8 - 100) = 11,8$ points d'indices en 5 mois.

4) On vous donne le montant en Euro de (V), c'est-à-dire le prix de vente et d'achat de (V) au 01/11/2020, soit $V_L = 11,49\text{€}$.

Compléter votre tableau par les montants successifs de (V), en écrivant symboliquement et une seule fois votre méthode de calcul.

On ne cherchera pas les montants successifs de (V) en utilisant l'indice, mais *le multiplicateur*. L'écriture de chaque montant sera alors donnée par :

$$V_t = V_1 \times {}_1\mu(V)_t$$

Et surtout pas $V_t = V_{(t-1)} \times {}_{t-1}\mu(V)_t$ car :

- 1) Chaque multiplicateur est obtenu par la conversion de l'indice de la même ligne, suivant la formule de passage abrégée : $\mu = I(V)/100$ ou plus complètement ${}_1\mu(V)_t = (I(V)_{t/1})/100$
- 2) Or, chaque indice est calculé sur la même base qui est l'année de départ (1).
- 3) Par conséquent l'opération $V_t = V_{(t-1)} \times {}_{t-1}\mu(V)_t$ est fautive, puisque chaque valeur V_t serait supposée ici découler de la valeur de l'année précédente.

Les multiplicateurs ainsi que les montants successifs de V_t sont donc :

Observation N° (t)	jj/mm/aa (t)	Indice	Multiplicateur	V_t	
		$I(V)_{t/1\text{Nov}20}$	${}_1\mu(V)_t = (I(V)_{t/1})/100$		
1	01/11/2020	100,0	1	11,49	
2	01/12/2020	103,7	1,037	11,91	
3	01/01/2021	106,6	1,066	12,25	
4	01/02/2021	103,7	1,037	11,91	
5	01/03/2021	107,7	1,077	12,37	
6	01/04/2021	111,8	1,118	12,85	
7	01/05/2021	116,5	1,165	13,39	
8	01/06/2021	120,1	1,201	13,80	
9	01/07/2021	120,3	1,203	13,82	
10	01/08/2021	125,0	1,250	14,36	
11	01/09/2021	122,7	1,227	14,10	

- 5) Démontrer à l'aide du tableau que le multiplicateur global est le produit des multiplicateurs successifs.

Cette fois il s'agit de comparer les montants (V_t) successifs pour rendre compte de la croissance.

On calcule pour cela chaque multiplicateur : ${}_{t-1}\mu(V)_t = (I(V)_t / I(V)_{t-1})$

Observation N° (t)	jj/mm/aa (t)	Indice	Multiplicateur	V_t	${}_{t-1}\mu(V)_t$
		$I(V)_{t/1Nov20}$	${}_{t-1}\mu(V)_t = (I(V)_t/100)$		
1	01/11/2020	100,0	1	11,49	1,000
2	01/12/2020	103,7	1,037	11,91	1,037
3	01/01/2021	106,6	1,066	12,25	1,029
4	01/02/2021	103,7	1,037	11,91	0,972
5	01/03/2021	107,7	1,077	12,37	1,039
6	01/04/2021	111,8	1,118	12,85	1,039
7	01/05/2021	116,5	1,165	13,39	1,042
8	01/06/2021	120,1	1,201	13,80	1,031
9	01/07/2021	120,3	1,203	13,82	1,001
10	01/08/2021	125,0	1,250	14,36	1,039
11	01/09/2021	122,7	1,227	14,10	0,982

On peut alors appliquer la définition du multiplicateur global :

$${}_1\mu(V)_{11} = \mathcal{T}(\mu_i) = (1,037 \times 1,029 \times \text{etc...} \times 0,982) = 1,2271$$

On peut vérifier cette valeur en prenant les mois extrêmes, soit

$$({}_1\mu(V)_{11}) = (14,10/11,49) = 1,2271$$

- 6) Convertir dans le tableau les multiplicateurs successifs en taux de croissance successifs.

On convertit les multiplicateurs en taux, par : ${}_{t-1}\tau(V)_t = ({}_{t-1}\mu(V)_t - 1) \times 100\%$

Observation N° (t)	jj/mm/aa (t)	Indice	Multiplicateur	V_t	${}_{t-1}\mu(V)_t$	${}_{t-1}\tau(V)_t$
		$I(V)_{t/1Nov20}$	${}_{t-1}\mu(V)_t = (I(V)_t/100)$			
1	01/11/2020	100,0	1	11,49	1,000	0,0%
2	01/12/2020	103,7	1,037	11,91	1,037	3,7%
3	01/01/2021	106,6	1,066	12,25	1,029	2,9%
4	01/02/2021	103,7	1,037	11,91	0,972	-2,8%
5	01/03/2021	107,7	1,077	12,37	1,039	3,9%
6	01/04/2021	111,8	1,118	12,85	1,039	3,9%
7	01/05/2021	116,5	1,165	13,39	1,042	4,2%
8	01/06/2021	120,1	1,201	13,80	1,031	3,1%
9	01/07/2021	120,3	1,203	13,82	1,001	0,1%
10	01/08/2021	125,0	1,250	14,36	1,039	3,9%
11	01/09/2021	122,7	1,227	14,10	0,982	-1,8%

- 7) Peut on calculer le taux de croissance global comme *addition des taux successifs* ? si oui faites le. Si non quelle autre méthode serait appropriée ?

Il est impossible de déduire le taux de croissance global comme *produit des taux successifs*. On l'obtient par conversion du multiplicateur global :

$${}_1\tau(V)_{11} = ({}_1\mu(V)_{11} - 1) \times 100\% \text{ soit } (1,2271 - 1) \times 100\% = 22,71\%$$

- 8) En écrivant toujours symboliquement votre méthode, calculer la croissance mensuelle moyenne de (V).

LA CROISSANCE MOYENNE

Il s'agit de calculer Le multiplicateur mensuel moyen ${}_1\text{MMM}(V)_{11} = ({}_1\mu(V)_{11})^{1/10}$
 $= (14,10/11,49)^{10} = (1,2271)^{1/10} = 1,0206$

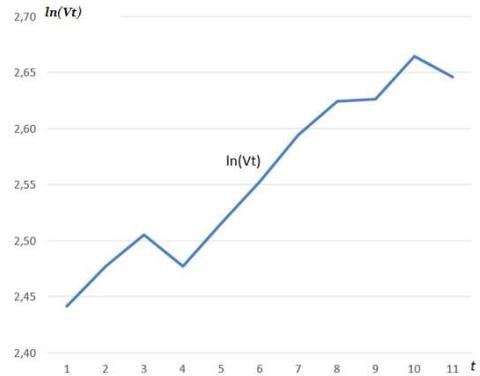
et le taux de croissance mensuel moyen : ${}_1\text{TMM}(V)_{11} = ({}_1\text{MMM}(V)_{11} - 1) \times 100\%$
 $= (1,0206 - 1) \times 100\% = 2,06\%$

- 9) Il vous est demandé de représenter graphiquement les valeurs (V_t) obtenues dans la question 4, afin d'étudier la croissance.

On représente toujours la croissance par un graphique semi logarithmique. Cela permet de linéariser la croissance exponentielle, et donc d'estimer les paramètres d'une droite en vue de la prévision.

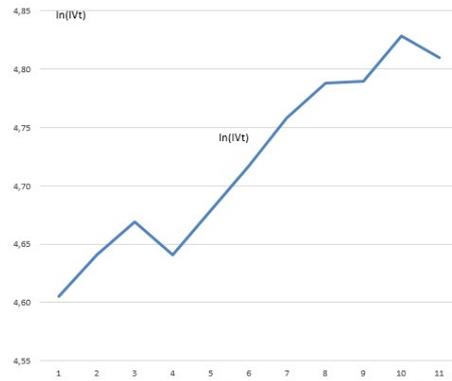
Donc le tableau doit être complété par les log : $\ln(V_t)$ représentés en ordonnée ci-dessous :

Observation N° (t)	jj/mm/aa (t)	Indice I(V) _{t/1Nov20}	Multiplicateur ${}_1\mu(V)_t = I(V)_{t+1}/I(V)_t$	V_t	${}_1\mu(V)_t$	${}_1\tau(V)_t$	$\ln(V_t)$
1	01/11/2020	100,0	1	11,49	1,000	0,0%	2,44
2	01/12/2020	103,7	1,037	11,91	1,037	3,7%	2,48
3	01/01/2021	106,6	1,037	12,25	1,029	2,9%	2,51
4	01/02/2021	103,7	1,037	11,91	0,972	-2,8%	2,48
5	01/03/2021	107,7	1,077	12,37	1,039	3,9%	2,52
6	01/04/2021	111,8	1,118	12,85	1,039	3,9%	2,55
7	01/05/2021	116,5	1,165	13,39	1,042	4,2%	2,59
8	01/06/2021	120,1	1,201	13,80	1,031	3,1%	2,62
9	01/07/2021	120,3	1,203	13,82	1,001	0,1%	2,63
10	01/08/2021	125,0	1,250	14,36	1,039	3,9%	2,66
11	01/09/2021	122,7	1,227	14,10	0,982	-1,8%	2,65

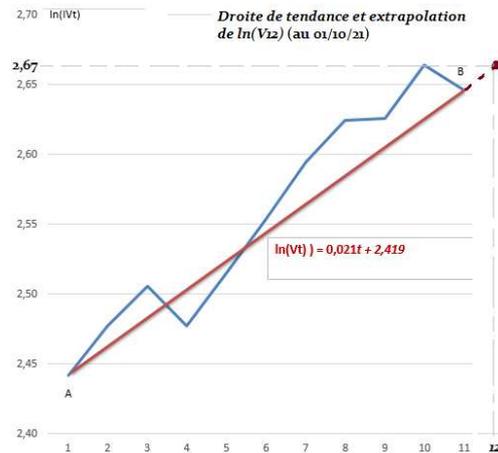


- 10) Aurait t'on pu représenter strictement le même graphique au moyen d'une autre valeur du tableau ?

Oui le graphique semi logarithmique du Log de l'indice $\ln(I(V))$ aurait conduit strictement à la même représentation. Puisque la croissance du Log d'une valeur est identique à celle du Log de l'Indice de cette valeur (et inversement). Soit ce graphique



- 11) Après avoir ajouté une droite tendance passant par les points extrêmes du graphique, rechercher l'équation de cette droite.



Aux points extrêmes est vérifiée l'équation : $\ln(V_t) = at + b$

Sup B : $2,65 = 11a + b$

Inf A : $2,44 = a + b$

$(B-A) : 0,21 = 10a \rightarrow a = 0,021$

Soit b en remplaçant dans A : $b = 2,44 - 0,21 = 2,419$

L'équation recherchée est :

$\ln(V_t) = 0,021t + 2,419$

- 12) Vérifier à l'aide de l'équation que le point d'abscisse 8 (le 01/06/21) ne vérifie pas l'équation (ou n'est pas aligné).

Soit le points de coordonnées $(t ; \ln(V_t)) = (8 ; 2,62)$

Soit l'équation $\ln(V_t) = 0,021t + 2,419$

Deux méthodes sont possibles : connaissant $t=8$, ou connaissant $\ln(V_8) = 2,62$.

Méthode avec t connu = 8

Alors $\ln(V_8) = (0,021 \times 8) + 2,419 = 2,587$ différent de 2,62

Méthode avec $\ln(V_t)$ connu = 2,62

Alors $2,62 = (0,021 \times t) + 2,419 \Rightarrow t = 0,201 / 0,021 = 7$ différent de 8

- 13) Est il judicieux de prévoir le montant de V au 01/10/2021 au moyen de l'équation ? Si oui quelle en serait le résultat. Reporter ce résultat dans le graphique. Si non quelle autre méthode préconiseriez vous ? Quelle résultat donnerait votre méthode en valeur (V_t) et en Indice ($I(V_t)$) ?

Selon le phénomène étudié, il est ou non judicieux de réaliser une prévision au moyen de l'équation de la droite de tendance. Dans cet exemple, le cours des actions, **l'incertitude** est quasi journalière, et rend la prévision à 1 mois délicate.

Néanmoins, une telle prévision s'écrirait :

$\ln(V_{12})^{\wedge} = (0,021 \times 12) + 2,419 = 2,671$ soit en revenant aux valeurs :

$V_{12}^{\wedge} = e^{2,671} = 14,45$

L'indice atteint serait : $I(V_{12}) = 14,45/11,49 = 125,76$
Cette prévision serait *optimiste*.

Toutefois, on remarque dans le graphique la tendance à la baisse de V_t , entre les mois 10 et 11. Il est possible qu'elle se prolonge à 12. Dans ce cas, la prévision du mois 12 sera faite au moyen de la FC_e en *prolongeant le dernier multiplicateur successif*, soit :

$$V_{12} = V_{11} \times {}_{10}\mu(V_t)_{11} = 14,10 \times 0,982 = 13,64.$$

L'indice atteint serait : $I(V_{12}) = 13,64/11,49 = 118,71$

Cette prévision serait *pessimiste*.

D'où la conclusion : au mois 12, la Valeur de liquidation de l'action devrait se situer dans l'intervalle [13,64€ ; 14,45€].

Fin du corrigé

-K-